

УДК 519.6

DOI 10.23947/2541-9129-2019-1-45-49

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ДИНАМИКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
ОБЪЕДИНЁННОЙ ПОПУЛЯЦИИ*Лазуренко Р. Р., Озерянская В. В.,  
Бочкова Е. А., Косоножкин А. А.*Донской государственный технический универси-  
тет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация[lirtokas@mail.ru](mailto:lirtokas@mail.ru)[bommvoz@mail.ru](mailto:bommvoz@mail.ru)[ekaterinabochkova@mail.ru](mailto:ekaterinabochkova@mail.ru)[alexey.kosonozhkin@gmail.com](mailto:alexey.kosonozhkin@gmail.com)

Проведён анализ объединённой популяции «хищник-жертва». На основе дискретных данных прироста численности популяции по годам определён примерный план регуляции численности популяции. Рассмотрены случаи нахождения двух хищников на ареале.

**Ключевые слова:** численность популяции, моделирование, дискретный анализ.

UDC 519.6

DOI 10.23947/2541-9129-2019-1-45-49

ANALYSIS AND MODELING OF A  
DYNAMIC INTERACTION BETWEEN THE  
COMBINED POPULATIONS*Lazurenko R.R., Ozeryanskaya V.V.,  
Bochkova E.A., Kosonozhkin A.A.*Don State Technical University, Rostov-on-Don,  
Russian Federation[lirtokas@mail.ru](mailto:lirtokas@mail.ru)[bommvoz@mail.ru](mailto:bommvoz@mail.ru)[ekaterinabochkova@mail.ru](mailto:ekaterinabochkova@mail.ru)[alexey.kosonozhkin@gmail.com](mailto:alexey.kosonozhkin@gmail.com)

The analysis of the combined populations of «predator–victim». Based on the discrete data of the growth of the population by years determined a rough plan of the regulation of population size. The cases of the location of the two predators in the area.

**Keywords:** the population size, modelling, discrete analysis

**Введение.** Развивающийся в настоящее время на нашей планете экологический кризис носит глобальный характер и охватывает всю биосферу. Его структура включает, в том числе, естественную составляющую, которая выражается в видимой деградации окружающей природной среды, уничтожении живых организмов в результате изменений, возникающих в ней под влиянием деятельности человека [1–3]. Вымирание биологических видов опасно для биосферы тем, что оно ведёт к снижению биологического разнообразия природных экосистем, которое обеспечивает их устойчивость к различным внешним воздействиям [1, 2].

**Постановка задачи.** Одним из широко распространённых в природе видов биотических взаимодействий является взаимодействие по типу «хищник-жертва». Хищничество — это когда при добывании пищи животные (хищники) находят, хватают, умерщвляют и поедают других животных (жертв). Хищники часто ловят и убивают больных или нежизнеспособных особей жертв, как правило, не участвующих в размножении, поэтому хищников можно отнести к эффективным «способам» эволюции живых организмов [1–3]. Исходя из вышесказанного очевидно, что исследования, посвящённые прогнозированию численности природных популяций, в зависимости от определённого вида воздействий, в настоящее время являются актуальными.

**Теоретические модели объединённых популяций.** В ходе эволюционного развития, в основе которого лежит взаимодействие между хищником и жертвой, в популяциях выживают наиболее полноценные и адаптированные к влиянию экологических факторов особи. То есть «хищник-жертва» — это взаимодействие, в процессе реализации которого эволюционируют и представители хищников, и представители жертв [1, 2].

В естественных условиях возникает следующая временная и причинно-следственная цепь: размножение жертвы — размножение хищника — резкое сокращение численности жертвы — па-

дение численности хищника — размножение жертвы и т.д. [4, 5]. Эта кибернетическая система с отрицательной обратной связью приводит к устойчивому равновесию. Волны флуктуаций хищника и жертвы следуют друг за другом с постоянным сдвигом по фазе, а в среднем, численность как хищника, так и жертвы остаётся постоянной [4].

Модель совместного существования биологических видов по типу «хищник-жертва» носит название модели Лотки-Вольтерры. Впервые эта модель была применена Альфредом Лоткой в 1925 г. для описания динамики взаимодействующих биологических популяций. В 1926–1931 гг. аналогичные и более сложные модели были разработаны итальянским математиком Вито Вольтеррой, который вывел законы периодического цикла, сохранения и нарушения средних величин при изучении взаимоотношений между хищником и жертвой [1, 4, 6].

В случае существования какого-либо межвидового взаимодействия, в том числе по типу «хищник-жертва», популяция называется «объединённой». При описании таких межвидовых взаимодействий используются системы однородных дифференциальных уравнений первого порядка, представленные на рис. 1.

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = \overbrace{a_1 N_1}^{\text{I}} + \overbrace{b_{12} N_1 N_2}^{\text{II}} - \overbrace{c_1 N_1^2}^{\text{III}} \\ \frac{dN_2}{dt} = \overbrace{a_2 N_2}^{\text{I}} + \overbrace{b_{21} N_1 N_2}^{\text{II}} - \overbrace{c_2 N_2^2}^{\text{III}} \end{cases}$$

Рис. 1. Общая схема компонентов дифференциальной модели объединённой популяции

В данных системах:  $N_1$  и  $N_2$  — численность популяций хищников и жертв;  $a_1$  и  $a_2$  — коэффициенты собственной скорости роста популяций;  $b_{12}$  и  $b_{21}$  — коэффициенты взаимодействия популяций;  $c_1$  и  $c_2$  — коэффициенты самоограничения численности популяций (внутривидовой конкуренции, антропогенного воздействия, естественной смертности).

Уравнения скорости динамики популяции делятся на три секции (рис. 1) [7, 8]:

I — секция собственного экспоненциального роста: слагаемые для описания динамики популяций без лимитирующих факторов;

II — секция межвидового взаимодействия: форма межвидового взаимодействия определяется знаком коэффициентов  $b_{12}$  и  $b_{21}$ , а степень взаимодействия определяется их величиной;

III — секция лимитирующих факторов: естественная смертность, внутривидовая конкуренция, антропогенное воздействие.

При форме взаимодействия «хищник-жертва» коэффициенты в секции II имеют разные знаки, то есть хищник для жертвы является лимитирующим фактором, а жертва для хищника — ресурсом питания.

Антропогенное воздействие при охоте человека на хищника вносится в секцию III в виде отдельного слагаемого и выступает в качестве лимитирующего фактора [2, 9].

**Выбор начальных условий и результаты расчётов.** В качестве жертвы в модели «хищник-жертва» в настоящей работе был выбран олень. В России олень встречается в северных частях европейской части, на Дальнем Востоке, Северном Урале, в лесах и тундре Западной и Восточной Сибири.

Самому большому сокращению численности популяции северных оленей способствуют популяции их естественных врагов — хищников. В зависимости от места обитания видов живых ор-

ганизмов, воздействие хищников на популяции северных оленей достаточно сильно отличается. Это может быть обусловлено численностью популяций как хищников, так и жертв, наличия или отсутствия других видов пищи, а также от целого ряда иных условий среды обитания живых организмов, в том числе от климатических особенностей территории [5, 10, 11].

Именно волк, как хищник, является главным естественным врагом северных оленей в природе. Самое большое число особей популяций северных оленей страдает от нападения волков на бескрайних просторах тундры и лесотундры. Популяции волков перемещаются за популяциями северных оленей, поэтому местообитания и количество популяций волков находятся в непосредственной зависимости от количественных характеристик и миграции популяций северных оленей [1, 5].

Рысь — самый северный вид из семейства кошачьих. В рацион питания рысей входят как средние, так и крупные копытные, в том числе олени [1, 2].

В настоящей работе были рассмотрены отношения между хищниками, представленными волками и рысями, и жертвой — оленями, при нижеследующих исходных данных:

- количество особей популяции жертв (оленей) — не более 1828, каждый год популяция возрастает на 0,387 ед.;
- количество особей основной популяции хищников (волков) — не более 15, на одного волка в год приходится 33 оленя, каждый год популяции волков возрастает на 0,126 ед.;
- количество особей дополнительной популяции хищников (рысей) неизвестна, на одну рысь в год приходится 21 олень, каждый год популяция рысей возрастает на 0,218 ед.;
- гибель особей популяции жертв (оленей) обусловлена только межвидовым взаимодействием с популяциями хищников (волков и рысей) и никакими другими причинами;
- гибели особей популяций хищников (волков и рысей) вообще не происходит.

Для анализа численности объединённой популяции были поставлены следующие задачи в дискретной форме:

Задача 1: вычислить количество особей популяции оленей через один и три года, а также через пять и десять лет при отсутствии межвидовых взаимодействий с хищниками;

Задача 2: вычислить количество особей популяции оленей через такие же промежутки времени, если количество особей популяции волков равно 15 и не изменяется в течение указанных временных промежутков;

Задача 3: вычислить количество особей популяции оленей через такие же промежутки времени, если количество особей волков равно 15 и увеличивается каждый год на заданную долю;

Задача 4: вычислить количество особей увеличивающейся популяции волков, при которой количество особей оленей останется примерно одинаковым (около 2 тыс.) на протяжении начальных пяти лет жизни популяции;

Задача 5: вычислить исходное количество особей популяций волков и рысей, при которых количество особей популяции оленей останется примерно одинаковым (около 2 тыс.) на протяжении начальных пяти лет жизни популяции.

Расчёты были выполнены в программе Microsoft Excel. Результаты расчётов представлены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты расчёта объединённой популяции в дискретной форме

1828	0,387	15	33	0,126	5	21	0,218	14	11	
Олени (условно)		Волки (условно)			Рыси (условно)					
Годы	Олени					Волки				Рыси
	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 5
0	1828	1828	1828	1828	1828	15	15	14	11	5
1	2535,436	1848,871	1848,871	1894,642	1886,32	15	16,89	15,764	12,386	6,09
2	3516,65	1877,819	1791,312	1906,334	1872,023	15	19,01814	17,75026	13,94664	7,41762
3	4877,593	1917,97	1614,07	1831,638	1742,091	15	21,41443	19,9868	15,70391	9,034661
4	6765,222	1973,659	1258,556	1625,667	1434,344	15	24,11264	22,50513	17,68261	11,00422
5	9383,363	2050,901	641,9571	1224,718	859,5649	15	27,15084	25,34078	19,91061	13,40314
6	13014,72	2158,034		538,8103		15	30,57184	28,53372	22,41935	16,32502
7	18051,42	2306,629				15	34,42389	32,12897	25,24419	19,88387
8	25037,32	2512,729				15	38,7613	36,17722	28,42496	24,21856
9	34726,77	2798,59				15	43,64523	40,73555	32,0065	29,49821
10	48166,02	3195,079				15	49,14453	45,86823	36,03932	35,92881

**Заключение.** Результаты выполненных расчётов, проведённых при заданных условиях, показали, что в течение первых пяти лет количество особей популяции жертвы (олений) останется стабильной во всех пяти задачах. Таким образом, в ходе выполнения работы была обоснована возможность формирования равновесия объединённой популяции «хищник-жертва» на основе расчёта по дискретным данным при регуляции начальной численности популяции хищника. Для детальной проработки модели необходимо проведение дифференциального анализа фазового портрета объединённой популяции.

#### Библиографический список

1. Крикунов, Е. А. Экология / Е. А. Крикунов, В. В. Пасечник, А. П. Сидорин. — Москва : Дрофа, 1995. — 240 с.
2. Одум, Ю. Экология. / Ю. Одум. — Москва : Мир, 1986. — 325 с.
3. Озерянская, В. В. Физико-химические процессы в атмосфере и гидросфере / В. В. Озерянская [и др.]. — Ростов-на-Дону: Изд. центр ДГТУ, 2018. — 69 с.
4. Горелов, А. А. Экология- наука-моделирование / А. А. Горелов. — Москва : Наука, 1985. — 207 с.
5. Озерянская, В. В. Изучение и анализ природных сред, процессов и явлений / В. В. Озерянская, Б. Ч. Месхи, Р. Р. Лазуренко. — Ростов-на-Дону: Изд. центр ДГТУ, 2017. — 149 с.
6. Медоуз, Д. Х. Пределы роста: 30 лет спустя / Д. Х. Медоуз, Й. Рандерс, Д. Л. Медоуз. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. — 358 с.
7. Репинская, А. А. Дельта-моделирование динамики взаимодействия популяций / А. А. Репинская [и др.] // Химия: достижения и перспективы: сб. науч. ст. Южного федер. ун-та. — Ростов-на-Дону; Таганрог : ЮФУ, 2018. — С. 214–219.
8. Марчук, Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. — Москва : Наука, 1982. — 320 с.

9. Ризниченко, Г. Ю. Математические модели в биофизике и экологии / Г. Ю. Ризниченко. — Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. — 184 с.
10. Озерянская, В. В. Общая геология в курсах наук об окружающей среде / В. В. Озерянская [и др.]. — Ростов-на-Дону: Изд. центр ДГТУ, 2012. — 228 с.
11. Озерянская, В. В. Оценка воздействия строительства нефтегазодобывающих скважин на животный мир зоологического заказника с разработкой природоохранных и компенсационных мероприятий / В. В. Озерянская [и др.] // Безопасность техногенных и природных систем. — 2018. — №1–2. — С. 114–124.

Поступила в редакцию 25.11.2018

Сдана в редакцию 26.11.2018

Запланирована в номер 15.01.2019

**Об авторах:**

**Лазуренко Роберт Робертович,**

*старший преподаватель кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» Донского государственного технического университета*

*(РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),*

*доктор технических наук*

[lirtokas@mail.ru](mailto:lirtokas@mail.ru)

**Озерянская Виктория Викторовна,**

*доцент кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» Донского государственного технического университета, (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),*

*кандидат химических наук*

[bommvoz@mail.ru](mailto:bommvoz@mail.ru)

**Бочкова Екатерина Алексеевна,**

*магистрант кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды»*

*Донского государственного технического университета, (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),*

*кандидат технических наук,*

[ekaterinabochkova@mail.ru](mailto:ekaterinabochkova@mail.ru)

**Косоножкин Алексей Александрович,**

*магистрант кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды»*

*Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),*

*кандидат технических наук*

[alexey.kosonozhkin@gmail.com](mailto:alexey.kosonozhkin@gmail.com)